

Taha Tabane

TAHATABANE.COM

COURS GRATUIT · LA FAMILY

Étude de fonction

Le cours complet : la méthode, tous les cas, le niveau concours et les exercices. 2bac Sciences Physiques.

Ce cours vient de tahatabane.com

La plateforme gratuite pour le bac : 27 chapitres, des centaines de questions corrigées, des bacs blancs et le quiz Chkoun Asra3. Scanne le code pour t'entraîner sur ce chapitre.

Gratuit, réservé à un usage personnel. Pour le partager, envoie plutôt le lien : tahatabane.com
© Taha Tabane, 2026. Ne pas revendre ni publier ailleurs sans autorisation.

Étude de fonction

Cours unique : la méthode complète, tous les cas, concours, niveau supérieur et culture

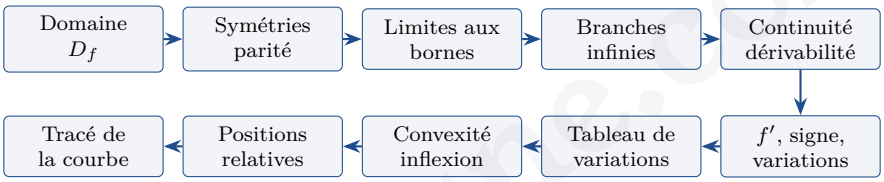
2e année du baccalauréat Sciences Physiques — préparation Médecine, ENSA, ENSAM

Comment utiliser ce cours

Même code couleur que les cours précédents : **Définition**, **Propriété / Théorème**, **Méthode** et **Rédaction modèle**, **Piège**, **Niveau concours**, **Bonus niveau supérieur**, **Culture scientifique**.

Pourquoi ce chapitre est le plus rentable de l'année. Le grand problème d'analyse du bac (environ **8 à 10 points sur 20**) est *toujours* une étude de fonction, avec une fonction ln ou exp, souvent précédée d'une fonction auxiliaire et suivie d'une suite $u_{n+1} = f(u_n)$. Les questions sont presque toujours les mêmes : si tu maîtrises les méthodes de ce cours, tu sais traiter n'importe quel problème, quelle que soit la fonction.

Le plan d'une étude complète (c'est aussi le plan de ce cours) :



Prérequis : les limites, la continuité, la dérivation et la fonction réciproque (vus en début d'année). Les sections sur ln et exp peuvent être relues quand ces chapitres seront faits en classe.

Contents

1 Le domaine de définition **3**

2 Parité, périodicité et symétries **4**

2.1 Parité 4

2.2 Périodicité 4

2.3 Axe et centre de symétrie 4

3 Les limites **5**

3.1 Les formes indéterminées 5

3.2 Les limites de référence à connaître par cœur 5

4 Les branches infinies **5**

4.1 Le schéma de décision complet 5

4.2 Les six cas en images 6

4.3 Position relative de la courbe et d'une asymptote 6

5 Continuité et théorème des valeurs intermédiaires **7**

5.1 Rappels 7

5.2 Le TVI et son corollaire 7
5.3 Image d'un intervalle par une fonction continue strictement monotone 7

6 La dérivabilité et ses interprétations 8
6.1 Définition 8
6.2 Toutes les interprétations géométriques 8
6.3 Les formules de dérivation 9

7 Sens de variation et extremums 9
7.1 Le tableau de variations 10

8 Convexité, concavité et points d'inflexion 10

9 Positions relatives, intersections et tracé 10

10 Étude complète modèle : une fonction rationnelle 11

11 Les fonctions avec ln et exp (le cas du bac) 12
11.1 Exemple 1 : $f(x) = x - \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$ 12
11.2 Exemple 2 : $f(x) = xe^{-x}$ sur $\mathbb{R}$ 13

12 La fonction réciproque 14

13 Résolution graphique et transformations 14

14 La structure du problème du bac et la suite $u_{n+1} = f(u_n)$ 15

15 Niveau concours 16

16 Bonus niveau supérieur 16

17 Culture scientifique 17

18 Les erreurs classiques (récapitulatif) 17

19 Fiche de synthèse 18

20 Exercices d'entraînement 18

tahatabane.com

1 Le domaine de définition

Définition

Le **domaine de définition** D_f de f est l'ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ existe (est calculable).

Propriété (toutes les conditions à connaître)

L'expression contient	Condition
une fraction $\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$v(x) \neq 0$
une racine carrée $\sqrt{u(x)}$	$u(x) \geq 0$
une racine n-ième $\sqrt[n]{u(x)}$ (programme marocain)	$u(x) \geq 0$
$\dfrac{1}{\sqrt{u(x)}}$	$u(x) > 0$ (strictement)
$\ln\big(u(x)\big)$	$u(x) > 0$
$\ln\lvert u(x)\rvert$	$u(x) \neq 0$
$e^{u(x)}$, $\sin u(x)$, $\cos u(x)$, $\lvert u(x)\rvert$, un polynôme	aucune condition supplémentaire
$\tan\big(u(x)\big)$	$u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Quand plusieurs conditions apparaissent, on écrit qu'elles doivent être vérifiées **simultanément** (intersection).

Méthode : rédiger un domaine

Écrire « $x \in D_f \iff \ldots$ » avec des **équivalences**, résoudre chaque condition (tableau de signes si besoin), puis conclure par une écriture en intervalles.

Rédaction modèle : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x-3}$

$x \in D_f \iff x^2 - 3x + 2 \geq 0$ et $x - 3 \neq 0$.
$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ est positif à l'extérieur des racines : $x \leq 1$ ou $x \geq 2$.
Donc $D_f =]-\infty\,;1] \cup [2\,;3[\cup]3\,;+\infty[$.

Rédaction modèle : $g(x) = \ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)$

$x \in D_g \iff \dfrac{x+1}{x-2} > 0$. Tableau de signes : le quotient est positif pour $x < -1$ ou $x > 2$. Donc $D_g =]-\infty\,;-1[\cup]2\,;+\infty[$.

Piège

- $\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)$ et $\ln(x+1) - \ln(x-2)$ n'ont **pas** le même domaine : le second exige $x > 2$ seulement.
- Au programme marocain, $\sqrt[3]{u}$ exige $u \geq 0$. Si un énoncé dit « f définie sur $\mathbb{R}$ » avec une racine cubique d'une quantité négative, c'est qu'il utilise la convention étendue $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$: précise-le dans ta copie.
- Ne jamais oublier les valeurs interdites quand une racine est au dénominateur ($u > 0$ strict).

2 Parité, périodicité et symétries

2.1 Parité

Définition

Soit f définie sur un domaine D **symétrique par rapport à** 0 (pour tout $x \in D$, $-x \in D$).

- f est **paire** si pour tout $x \in D$: $f(-x) = f(x)$. Sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- f est **impaire** si pour tout $x \in D$: $f(-x) = -f(x)$. Sa courbe est symétrique par rapport à l'origine O.

Intérêt : on étudie f seulement sur $D \cap [0\,;+\infty[$, puis on complète par symétrie.

Piège

- Vérifier **d'abord** que le domaine est symétrique. $f(x) = \sqrt{x}$ n'est ni paire ni impaire car son domaine $[0\,;+\infty[$ n'est pas symétrique.
- Pour montrer qu'une fonction n'est pas paire, un seul contre-exemple suffit : $f(-1) \neq f(1)$.

2.2 Périodicité

f est **périodique de période** $T > 0$ si pour tout $x \in D$: $x + T \in D$ et $f(x+T) = f(x)$. On étudie alors f sur un intervalle de longueur T. Exemples : sin et cos sont 2π-périodiques ; $x \mapsto \cos(\omega x)$ est $\frac{2\pi}{\omega}$-périodique ; tan est π-périodique.

2.3 Axe et centre de symétrie

Propriété

Soit f de domaine D symétrique par rapport à a (pour tout $x \in D$, $2a - x \in D$).

- La droite d'équation $x = a$ est un **axe de symétrie** de (C_f) si et seulement si pour tout $x \in D$: $f(2a - x) = f(x)$.
- Le point $\Omega(a\,;b)$ est un **centre de symétrie** de (C_f) si et seulement si pour tout $x \in D$: $f(2a - x) + f(x) = 2b$.

Rédaction modèle : montrer que $\Omega(1\,;2)$ est centre de symétrie de $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ est symétrique par rapport à 1 : si $x \neq 1$, alors $2 - x \neq 1$.

Pour $x \in D_f$: $f(2-x) + f(x) = \dfrac{2(2-x)+1}{(2-x)-1} + \dfrac{2x+1}{x-1} = \dfrac{5-2x}{1-x} - \dfrac{2x+1}{1-x} = \dfrac{4-4x}{1-x} = 4 = 2 \times 2.$

Donc $\Omega(1\,;2)$ est un centre de symétrie de (C_f).

Niveau concours : deviner le centre ou l'axe avant de le démontrer

Pour une fonction homographique $\dfrac{ax+b}{cx+d}$, le centre est l'intersection des asymptotes : $\left(-\frac{d}{c}\,;\frac{a}{c}\right)$. Pour une fonction rationnelle avec une asymptote oblique, le centre est souvent l'intersection de l'asymptote verticale et de l'asymptote oblique. Pour un trinôme ou une fonction de $x^2 - 2ax$, l'axe est souvent $x = a$.

tahatabane.com

3 Les limites

3.1 Les formes indéterminées

Il y a quatre formes indéterminées : $+\infty - \infty$, $0 \times \infty$, $\dfrac{\infty}{\infty}$, $\dfrac{0}{0}$. Dans tous les autres cas, les règles d'opérations donnent directement le résultat.

Méthode : lever une indétermination (la boîte à outils complète)

1. **Factoriser par le terme dominant** (polynômes, quotients, racines en $\pm\infty$) : $\dfrac{3x^2 - x}{x^2 + 1} = \dfrac{x^2(3 - \frac{1}{x})}{x^2(1 + \frac{1}{x^2})} \to 3$.
2. **Simplifier par le facteur commun** ($\frac{0}{0}$ en un point a) : factoriser par $(x - a)$.
3. **Utiliser le conjugué** (racines) : $\sqrt{A} - B = \dfrac{A - B^2}{\sqrt{A} + B}$, et $a - b = \dfrac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$ pour les racines cubiques.
4. **Reconnaître un taux de variation** : $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$.
5. **Changer de variable** : $t = \frac{1}{x}$, $t = x - a$, $t = \sqrt{x}$, $t = e^x$, $t = \ln x$…
6. **Croissances comparées** (ln, exp) : l'exponentielle l'emporte sur les puissances, qui l'emportent sur le logarithme.
7. **Encadrement** (gendarmes) : pour sin, cos, la partie entière…

3.2 Les limites de référence à connaître par cœur

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$ $\quad \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{x^2} = \dfrac{1}{2}$
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$ $\quad \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x - 1} = 1$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ $\quad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0$ $\quad \lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln x = 0$	$\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ $\quad \lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$
$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$ $\quad \lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$	$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ $\quad \lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

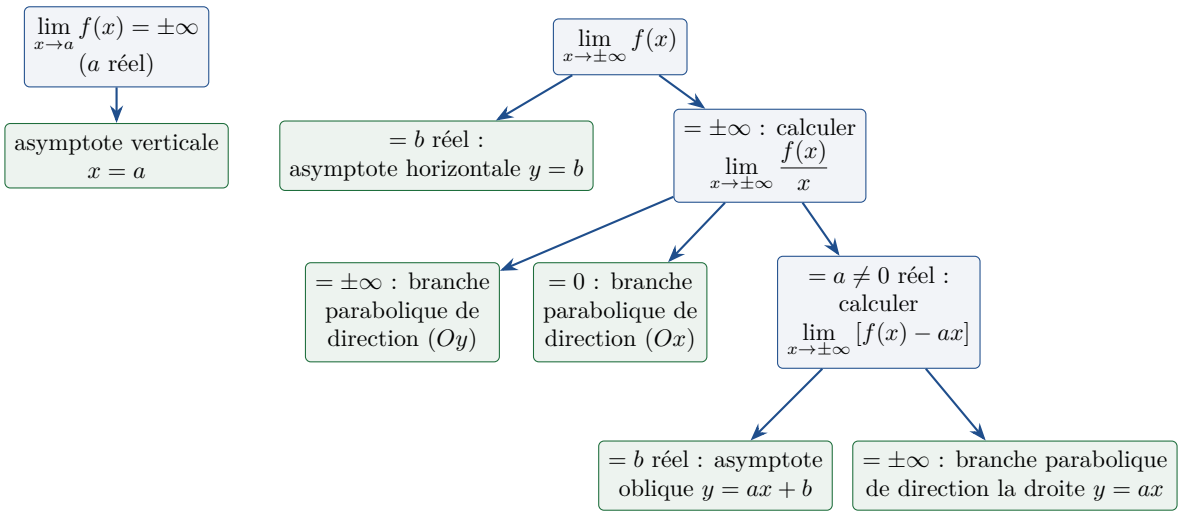
Piège

- En $-\infty$: $\sqrt{x^2} = |x| = -x$. C'est la source d'erreur n°1 avec les racines.
- Une limite en un point où f n'est pas définie se calcule souvent **à droite et à gauche** séparément ($\frac{1}{0^+} = +\infty$, $\frac{1}{0^-} = -\infty$) : fais le tableau de signe du dénominateur.
- « 1^∞ » est une forme indéterminée cachée : $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e^{x \ln(1 + \frac{1}{x})} \to e$.

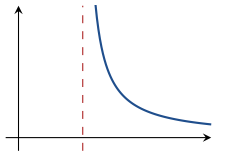
4 Les branches infinies

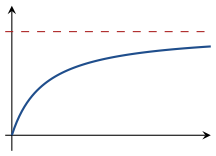
4.1 Le schéma de décision complet

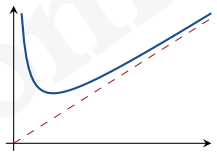
Dès qu'une limite est infinie, ou qu'on étudie f en $\pm\infty$, on étudie la **branche infinie** de la courbe. Voici l'arbre de décision, à appliquer **dans cet ordre** :

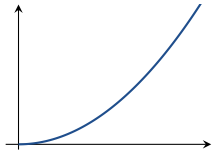


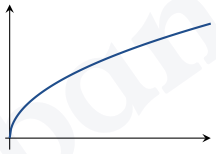
4.2 Les six cas en images

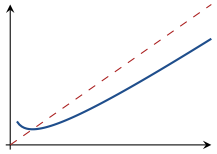

asymptote verticale $x = a$


asymptote horizontale $y = b$


asymptote oblique $y = ax + b$


branche parabolique direction (Oy) : x^2


branche parabolique direction (Ox) : $\sqrt{x}$


branche parabolique direction $y = x$: $x - \ln x$

4.3 Position relative de la courbe et d'une asymptote

Méthode : position de (C_f) par rapport à la droite $(\Delta) : y = ax + b$

Étudier le **signe** de $d(x) = f(x) - (ax + b)$:

- $d(x) > 0$: (C_f) est **au-dessus** de (Δ) ;
- $d(x) < 0$: (C_f) est **en dessous** ;
- $d(x) = 0$: les deux se **coupent** au point d'abscisse x.

Raccourci : si on peut écrire $f(x) = ax + b + h(x)$ avec $\lim h = 0$, alors $y = ax + b$ est asymptote, et la position est donnée par le signe de $h(x)$.

Rédaction modèle : branches infinies de $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$, $D_f =]-\infty\,;-2] \cup [0\,;+\infty[$

En $+\infty$: $\dfrac{f(x)}{x} = \sqrt{1 + \frac{2}{x}} \to 1$ (car $x > 0$), puis $f(x) - x = \dfrac{x^2 + 2x - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x} + x} = \dfrac{2}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1} \to 1$.

Donc $y = x + 1$ est asymptote oblique en $+\infty$.

En $-\infty$: $x < 0$, donc $\sqrt{x^2} = -x$: $\dfrac{f(x)}{x} = -\sqrt{1 + \frac{2}{x}} \to -1$, puis $f(x) + x = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2 + 2x} - x} = \dfrac{2x}{-x\left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1\right)} \to -1$. Donc $y = -x - 1$ est asymptote oblique en $-\infty$.

5 Continuité et théorème des valeurs intermédiaires

5.1 Rappels

Définition

f est **continue en** a si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$. Elle est continue sur un intervalle si elle l'est en tout point. Si f n'est pas définie en a mais $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \ell$ réel, on peut la **prolonger par continuité** en posant $f(a) = \ell$.

Fonctions continues sur leur domaine : polynômes, fonctions rationnelles, $\sqrt{\ }$, $\sqrt[n]{\ }$, $|\ |$, sin, cos, tan, ln, exp, et toute somme, produit, quotient et composée de ces fonctions.

5.2 Le TVI et son corollaire

Théorème (des valeurs intermédiaires)

Si f est continue sur $[a\,;b]$, alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet **au moins** une solution dans $[a\,;b]$.

Corollaire : si de plus f est **strictement monotone** sur $[a\,;b]$ et $f(a)\,f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une **unique** solution α dans $]a\,;b[$.

Rédaction modèle : montrer que $x^3 + x - 3 = 0$ admet une unique solution α et l'encadrer

Soit $h(x) = x^3 + x - 3$. h est continue sur $\mathbb{R}$ (polynôme) et $h'(x) = 3x^2 + 1 > 0$, donc h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
$h(1) = -1 < 0$ et $h(2) = 7 > 0$: d'après le corollaire du TVI, l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in\,]1\,;2[$.
Encadrement d'amplitude 10^{-1} : $h(1{,}2) = -0{,}072 < 0$ et $h(1{,}3) = 0{,}497 > 0$, donc $1{,}2 < \alpha < 1{,}3$.

Méthode : encadrer α (balayage ou dichotomie)

Calculer h au milieu de l'intervalle (dichotomie) ou à des valeurs régulières (balayage), et garder l'intervalle où h change de signe. Chaque étape de dichotomie divise l'amplitude par 2.

5.3 Image d'un intervalle par une fonction continue strictement monotone

Intervalle I	f strictement croissante	f strictement décroissante
$[a\,;b]$	$[f(a)\,;f(b)]$	$[f(b)\,;f(a)]$
$[a\,;b[$	$\left[f(a)\,;\lim\limits_{b^-} f\right[$	$\left]\lim\limits_{b^-} f\,;f(a)\right]$
$]a\,;b]$	$\left]\lim\limits_{a^+} f\,;f(b)\right]$	$\left[f(b)\,;\lim\limits_{a^+} f\right[$
$]a\,;b[$	$\left]\lim\limits_{a^+} f\,;\lim\limits_{b^-} f\right[$	$\left]\lim\limits_{b^-} f\,;\lim\limits_{a^+} f\right[$

(Avec $a = -\infty$ ou $b = +\infty$, on remplace $f(a)$ ou $f(b)$ par la limite correspondante.)

6 La dérivabilité et ses interprétations

6.1 Définition

Définition

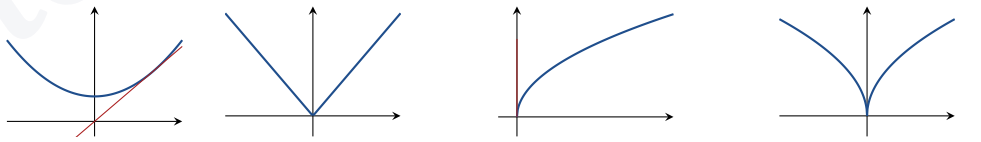
f est **dérivable en** a si $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=\ell$ est un **réel**. On note $f'(a)=\ell$. On définit de même la dérivabilité **à droite** $(x\to a^+)$ et **à gauche** $(x\to a^-)$. f est dérivable en a si et seulement si elle est dérivable à droite et à gauche en a avec la même valeur.

Propriété (dérivable implique continue)

Si f est dérivable en a, alors f est continue en a. La réciproque est **fausse** : $x\mapsto|x|$ est continue mais pas dérivable en 0.

6.2 Toutes les interprétations géométriques

Résultat sur le taux de variation en a	**Interprétation géométrique**
limite réelle ℓ (des deux côtés)	tangente en $A(a\,;f(a))$ de coefficient directeur ℓ : $y=\ell(x-a)+f(a)$
$\ell=0$	tangente **horizontale**
limites réelles différentes à droite (ℓ_d) et à gauche (ℓ_g)	**point anguleux** : deux demi-tangentes de coefficients ℓ_d et ℓ_g
limite infinie à droite	demi-tangente **verticale** : $+\infty$ vers le haut, $-\infty$ vers le bas
limite infinie à gauche	demi-tangente **verticale** : $+\infty$ vers le bas, $-\infty$ vers le haut
limites infinies à droite et à gauche, demi-tangentes dans le même sens	**point de rebroussement**



tangente — point anguleux : $|x|$ — demi-tangente verticale : $\sqrt{x}$ — rebroussement : $\sqrt{|x|}$

Rédaction modèle : dérivabilité de $f(x)=x\sqrt{2-x}$ à gauche en 2

Pour $x<2$: $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\dfrac{x\sqrt{2-x}}{x-2}=\dfrac{-x\sqrt{2-x}}{2-x}=\dfrac{-x}{\sqrt{2-x}}$.
Quand $x\to2^-$: $-x\to-2$ et $\sqrt{2-x}\to0^+$, donc le taux tend vers $-\infty$.
Conclusion : f n'est pas dérivable à gauche en 2 ; (C_f) admet au point $A(2\,;0)$ une demi-tangente verticale dirigée **vers le haut** (limite $-\infty$ à gauche).

Piège

- Aux points où $\sqrt{u}$, $\sqrt[n]{u}$ ou $|u|$ s'annule, la formule de f' ne s'applique pas : on revient **obligatoirement** au taux de variation.
- Ne jamais conclure « f est dérivable en a » à partir de la limite de $f'(x)$ quand $x\to a$: ce

n'est pas la définition (contre-exemple : $x^2 \sin \frac{1}{x}$).

6.3 Les formules de dérivation

Fonction	Dérivée	Fonction	Dérivée
$u+v$	$u'+v'$	u^n $(n \in \mathbb{Z})$	$n\,u'\,u^{n-1}$
$k\,u$	$k\,u'$	$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$u\,v$	$u'v+uv'$	$\sqrt[n]{u}$	$\dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$
$\dfrac{1}{v}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$\ln u$, $\ln \lvert u \rvert$	$\dfrac{u'}{u}$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$	e^u	$u'\,e^u$
$v \circ u$	$u' \times v' \circ u$	$\sin u$; $\cos u$	$u'\cos u$; $-u'\sin u$
f^{-1} en $y=f(x)$	$\dfrac{1}{f'(x)}$	$\tan u$	$u'(1+\tan^2 u)$

7 Sens de variation et extremums

Théorème

Soit f dérivable sur un **intervalle** I.

- Si $f' > 0$ sur I (sauf en des points isolés où $f'=0$), alors f est strictement croissante sur I.
- Si $f' < 0$ sur I (sauf en des points isolés), alors f est strictement décroissante sur I.
- Si $f' = 0$ sur I, alors f est constante sur I.

Propriété (extremum local)

Si f' s'annule **en changeant de signe** en a (intérieur au domaine), alors $f(a)$ est un **extremum local** : maximum si f' passe de $+$ à $-$, minimum si f' passe de $-$ à $+$. Si f' s'annule sans changer de signe (x^3 en 0), il n'y a pas d'extremum.

Méthode : obtenir le signe de f' (tous les cas)

1. **Factoriser** $f'(x)$ au maximum, puis tableau de signes.
2. Repérer les facteurs **toujours positifs** (e^u, un carré, $\sqrt{\ }$, x^2+1, un dénominateur au carré) : le signe est celui du reste.
3. Si le signe n'est pas évident : **fonction auxiliaire** g (souvent le numérateur de f'). On étudie g (dérivée, variations, valeur remarquable $g(a)=0$ ou TVI) pour connaître son signe.

Rédaction modèle : la fonction auxiliaire (structure typique du bac)

Partie I. Soit $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ sur $]0\,;+\infty[$. $g'(x) = 2x + \frac{1}{x} > 0$, donc g est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$, et $g(1)=0$. On en déduit : $g(x)<0$ sur $]0\,;1[$ et $g(x)>0$ sur $]1\,;+\infty[$.

Partie II. Soit $f(x) = x - \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$. Alors $f'(x) = 1 - \dfrac{\frac{1}{x}\cdot x - \ln x}{x^2} = 1 - \dfrac{1-\ln x}{x^2} = \dfrac{x^2-1+\ln x}{x^2} = \dfrac{g(x)}{x^2}$. Comme $x^2>0$, $f'(x)$ a le signe de $g(x)$: f est décroissante sur $]0\,;1]$ et croissante sur $[1\,;+\infty[$.

7.1 Le tableau de variations

Méthode : les conventions du tableau

Première ligne : les bornes du domaine et les valeurs où f' s'annule ou change de signe. Deuxième ligne : le signe de f', avec 0 là où elle s'annule et une **double barre** là où f n'est pas définie. Troisième ligne : des flèches, avec aux extrémités les **limites** ou les **valeurs** exactes (jamais de valeurs approchées seules).

8 Convexité, concavité et points d'inflexion

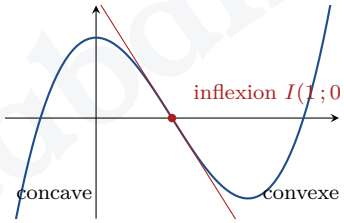
Définition

Soit f deux fois dérivable sur un intervalle I.

- f est **convexe** sur I si $f'' \geq 0$ sur I : la courbe est **au-dessus de toutes ses tangentes** (elle « tourne sa concavité vers le haut »).
- f est **concave** sur I si $f'' \leq 0$ sur I : la courbe est **en dessous de ses tangentes**.

Définition (point d'inflexion)

Le point $A(a\,;f(a))$ est un **point d'inflexion** de (C_f) si la courbe change de concavité en A. Il suffit que f'' **s'annule en changeant de signe** en a (ou, de manière équivalente, que f' admette un extremum local en a). En un point d'inflexion, la courbe **traverse** sa tangente.



Rédaction modèle : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$ et $f''(x) = 6x - 6 = 6(x-1)$.
$f''(x) < 0$ sur $]-\infty\,;1[$: f est concave ; $f''(x) > 0$ sur $]1\,;+\infty[$: f est convexe.
f'' s'annule en changeant de signe en 1 : le point $I(1\,;f(1)) = I(1\,;0)$ est un point d'inflexion. La tangente en I a pour équation $y = f'(1)(x-1) + f(1) = -3x + 3$.

Niveau concours : lire la convexité sans calcul

f convexe $\iff$ f' croissante $\iff$ $f'' \geq 0$. Sur un graphe de f' : les intervalles où f' croît sont ceux où f est convexe, et les extremums de f' donnent les points d'inflexion de f.

9 Positions relatives, intersections et tracé

Méthode : les questions classiques de position

- **Intersection avec** (Oy) : le point $(0\,;f(0))$ si $0 \in D_f$.
- **Intersection avec** (Ox) : résoudre $f(x) = 0$ (ou montrer l'existence d'une solution par le TVI).
- **Position par rapport à une droite ou une tangente** $y = mx+p$: signe de $f(x)-(mx+p)$. Pour la droite $y = x$ (très fréquente à cause des suites), signe de $f(x) - x$.

- **Position de deux courbes** (C_f) et (C_g) : signe de $f(x)-g(x)$.

Méthode : tracer la courbe (checklist dans l'ordre)

1. Tracer les **asymptotes** en pointillés.
2. Placer les **points remarquables** : extremums, points d'inflexion, intersections avec les axes, centre de symétrie.
3. Tracer les **tangentes** remarquables (horizontales aux extremums, tangente au point d'inflexion) et les demi-tangentes verticales.
4. Tracer la courbe en respectant le **tableau de variations**, la **convexité** et les **positions** par rapport aux asymptotes.
5. Indiquer le nom de la courbe (C_f) et des droites.

10 Étude complète modèle : une fonction rationnelle

Énoncé. Soit $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$. Faire l'étude complète de f et tracer (C_f).

Rédaction modèle : 1. Domaine et forme réduite

$x\in D_f \iff x\neq 1$: $D_f=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$.

Division euclidienne : $x^2+3=(x-1)(x+1)+4$, donc pour $x\neq 1$: $f(x)=x+1+\dfrac{4}{x-1}$.

Rédaction modèle : 2. Limites et branches infinies

En 1 : $x^2+3\to 4$; $x-1\to 0^+$ à droite et 0^- à gauche. Donc $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$: la droite $x=1$ est asymptote verticale.

En $\pm\infty$: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, et $f(x)-(x+1)=\dfrac{4}{x-1}\to 0$: la droite $(\Delta):y=x+1$ est asymptote oblique en $+\infty$ et en $-\infty$.

Position : $f(x)-(x+1)=\dfrac{4}{x-1}$ est positif pour $x>1$ ((C_f) au-dessus de (Δ)) et négatif pour $x<1$ (en dessous).

Rédaction modèle : 3. Dérivée et variations

f est dérivable sur D_f (fonction rationnelle) et $f'(x)=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}=\dfrac{(x-1)^2-4}{(x-1)^2}=\dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$.

Le dénominateur est strictement positif ; le numérateur est positif à l'extérieur de -1 et 3. $f(-1)=\dfrac{4}{-2}=-2$ et $f(3)=\dfrac{12}{2}=6$.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

f admet un maximum local -2 en -1 et un minimum local 6 en 3.

Rédaction modèle : 4. Centre de symétrie

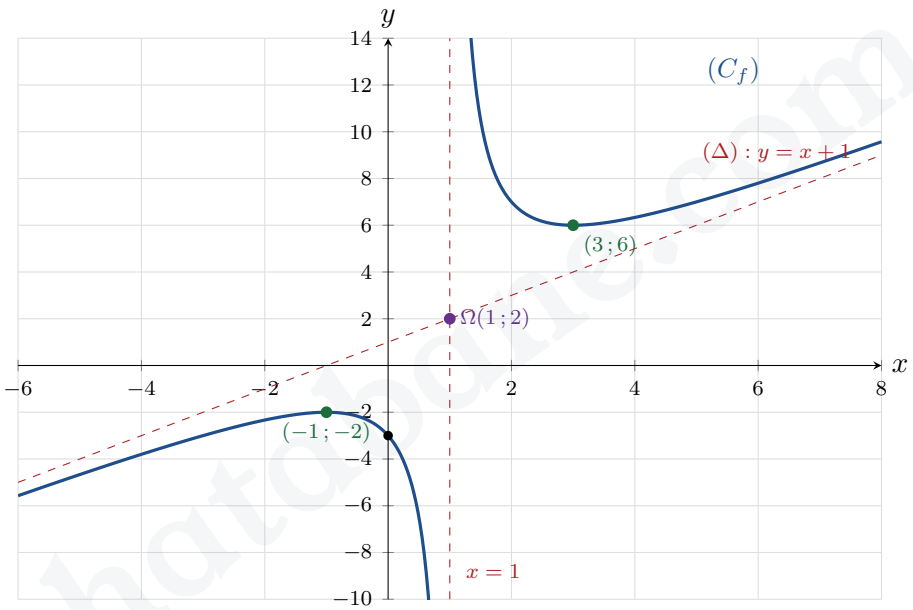
D_f est symétrique par rapport à 1. Pour $x \neq 1$: $f(2-x)+f(x) = (2-x)+1+\dfrac{4}{1-x}+x+1+\dfrac{4}{x-1} = 4 = 2\times 2$. Donc $\Omega(1\,;2)$, point d'intersection des deux asymptotes, est centre de symétrie de (C_f).

Rédaction modèle : 5. Convexité

$f''(x) = \dfrac{8}{(x-1)^3}$: f est concave sur $]-\infty\,;1[$ et convexe sur $]1\,;+\infty[$. Pas de point d'inflexion ($1 \notin D_f$).

Rédaction modèle : 6. Intersections avec les axes et tracé

$f(0) = -3$: (C_f) coupe (Oy) en $(0\,;-3)$. $f(x) = 0 \iff x^2+3 = 0$, impossible : (C_f) ne coupe pas (Ox).



11 Les fonctions avec ln et exp (le cas du bac)

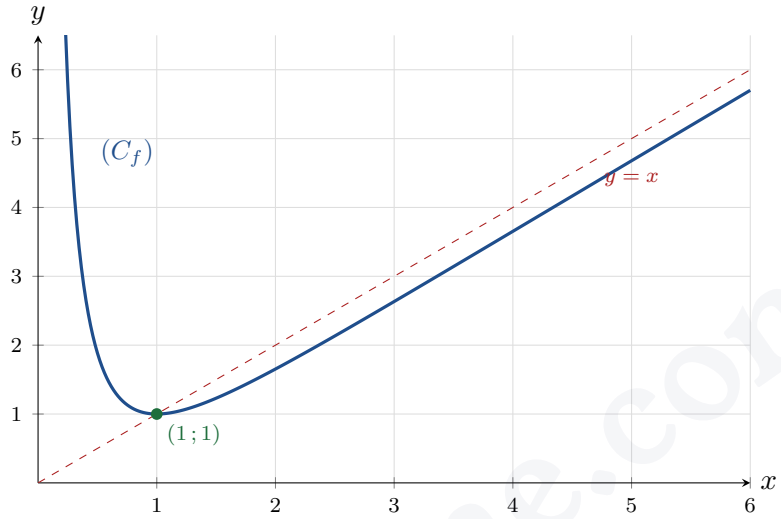
11.1 Exemple 1 : $f(x) = x - \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$

Rédaction modèle

Limites. En 0^+ : $\ln x \to -\infty$ et $\frac{1}{x} \to +\infty$, donc $\frac{\ln x}{x} \to -\infty$ et $f(x) \to +\infty$: asymptote verticale $x = 0$.
En $+\infty$: $\frac{\ln x}{x} \to 0$ (croissances comparées), donc $f(x) \to +\infty$ et $f(x) - x = -\frac{\ln x}{x} \to 0$: la droite $(\Delta) : y = x$ est asymptote oblique.
Position : $f(x) - x = -\dfrac{\ln x}{x}$ est positif sur $]0\,;1[$ et négatif sur $]1\,;+\infty[$; la courbe coupe (Δ) au point $(1\,;1)$.
Variations : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ avec $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ (voir la section 7).

tahatabane.com

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$



11.2 Exemple 2 : $f(x) = xe^{-x}$ sur $\mathbb{R}$

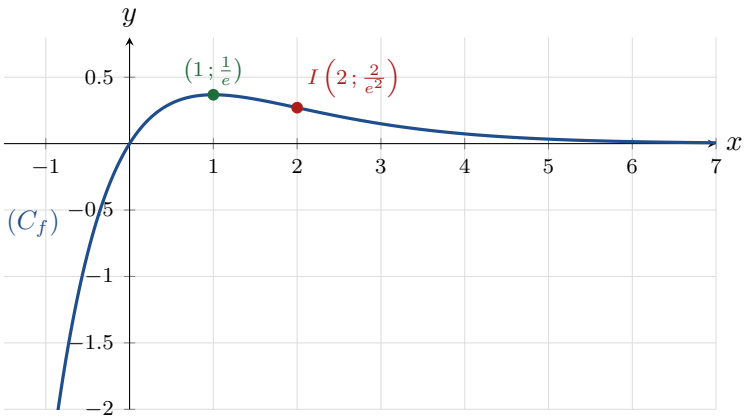
Rédaction modèle

Limites. En $+\infty$: $xe^{-x} = \dfrac{x}{e^x} \to 0$: asymptote horizontale $y = 0$ en $+\infty$. En $-\infty$: $x \to -\infty$ et $e^{-x} \to +\infty$, donc $f(x) \to -\infty$; et $\dfrac{f(x)}{x} = e^{-x} \to +\infty$: branche parabolique de direction (Oy).

Dérivées. $f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = (1-x)e^{-x}$, du signe de $1-x$: maximum $f(1) = \frac{1}{e}$. $f''(x) = -e^{-x} - (1-x)e^{-x} = (x-2)e^{-x}$: f est concave sur $]-\infty\,;2]$, convexe sur $[2\,;+\infty[$, et le point $I\left(2\,;\frac{2}{e^2}\right)$ est un point d'inflexion.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

tahatabane.com



Propriété (les réflexes ln et exp)

- $e^u > 0$ toujours : dans $f'(x) = P(x)e^{u(x)}$, le signe est celui de $P(x)$.
- $\ln x < 0$ sur $]0\,;1[$, $\ln 1 = 0$, $\ln x > 0$ sur $]1\,;+\infty[$.
- Inégalités de tangente à connaître : $e^x \geq 1 + x$ pour tout x, et $\ln x \leq x - 1$ pour tout $x > 0$ (convexité de exp, concavité de ln).

12 La fonction réciproque

Théorème (de la bijection)

Si f est **continue** et **strictement monotone** sur un intervalle I, alors f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$, et sa réciproque $f^{-1} : J \to I$ vérifie :

- f^{-1} est continue sur J et a le **même sens de variation** que f ;
- $(C_{f^{-1}})$ est le **symétrique** de (C_f) par rapport à la droite $y = x$;
- si f est dérivable en x_0 avec $f'(x_0) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable en $y_0 = f(x_0)$ et $\left(f^{-1}\right)'(y_0) = \dfrac{1}{f'(x_0)}$.

Propriété (tangentes horizontales et verticales s'échangent)

Une tangente horizontale de (C_f) en x_0 ($f'(x_0) = 0$) devient une tangente **verticale** de $(C_{f^{-1}})$ en $f(x_0)$, et inversement.

Méthode : expliciter $f^{-1}(x)$

Pour $x \in J$ et $y \in I$: $f^{-1}(x) = y \iff f(y) = x$. On résout l'équation $f(y) = x$ d'inconnue y, en gardant la solution qui est dans I.

13 Résolution graphique et transformations

Méthode : nombre de solutions de $f(x) = m$ selon m

Les solutions sont les abscisses des points d'intersection de (C_f) avec la droite **horizontale** $y = m$. On lit le nombre de solutions sur le tableau de variations ou sur la courbe, en séparant les cas selon la position de m par rapport aux extremums et aux limites.

Rédaction modèle : discussion pour $f(x)=\frac{x^2+3}{x-1}$

D'après le tableau de variations : si $m<-2$, deux solutions (dans $]-\infty;1[$) ; si $m=-2$, une solution ($x=-1$) ; si $-2<m<6$, aucune solution ; si $m=6$, une solution ($x=3$) ; si $m>6$, deux solutions (dans $]1;+\infty[$).

Propriété (courbes déduites de (C_f))

$y=f(x)+b$	translation verticale de vecteur $b\,\vec{j}$
$y=f(x-a)$	translation horizontale de vecteur $a\,\vec{i}$
$y=-f(x)$	symétrie par rapport à (Ox)
$y=f(-x)$	symétrie par rapport à (Oy)
$y=\lvert f(x)\rvert$	on garde la partie au-dessus de (Ox) et on replie la partie en dessous
$y=f(\lvert x\rvert)$	on garde la partie pour $x\geq 0$ et on la symétrise par rapport à (Oy)

14 La structure du problème du bac et la suite $u_{n+1}=f(u_n)$

Méthode : les 4 parties classiques

1. **Fonction auxiliaire** g : variations, signe (souvent grâce à $g(a)=0$ ou au TVI).
2. **Étude de** f : limites, branches infinies, f' exprimée avec g, tableau, position par rapport à une droite, convexité, tracé.
3. **Suite** $u_{n+1}=f(u_n)$: bornes, monotonie, convergence, limite.
4. **Réciproque** ou **aire** (intégrale) selon les années.

Méthode : étudier la suite $u_{n+1}=f(u_n)$

1. **Intervalle stable :** trouver I tel que $f(I)\subset I$ (avec le tableau de variations), puis montrer par **récurrence** que $u_n\in I$ pour tout n.
2. **Monotonie :** étudier le signe de $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$, donc le signe de $f(x)-x$ sur I (la position de (C_f) par rapport à $y=x$ sert ici !).
3. **Convergence :** croissante et majorée, ou décroissante et minorée.
4. **Limite :** si f est continue sur I (fermé), la limite ℓ vérifie $f(\ell)=\ell$.

Rédaction modèle : $u_0=2$, $u_{n+1}=f(u_n)$ avec $f(x)=x-\frac{\ln x}{x}$

Bornes : montrons par récurrence que $u_n\geq 1$. $u_0=2\geq 1$. Si $u_n\geq 1$, comme f est croissante sur $[1;+\infty[$, $f(u_n)\geq f(1)=1$, donc $u_{n+1}\geq 1$.

Monotonie : $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{\ln u_n}{u_n}\leq 0$ car $u_n\geq 1$: la suite est décroissante.

Convergence : décroissante et minorée par 1, elle converge vers $\ell\geq 1$.

Limite : f est continue sur $[1;+\infty[$, donc $f(\ell)=\ell$, soit $\dfrac{\ln \ell}{\ell}=0$, d'où $\ell=1$.

tahatabane.com

15 Niveau concours

Niveau concours : les réflexes de rapidité

1. **Lire f sur le graphe de f'** : f' positive $\Rightarrow$ f croissante ; f' croissante $\Rightarrow$ f convexe ; zéro de f' avec changement de signe $\Rightarrow$ extremum de f ; extremum de f' $\Rightarrow$ inflexion de f.
2. **Compter des solutions** : dessiner un tableau de variations rapide, puis placer la droite $y = m$.
3. **Asymptote oblique d'une fraction rationnelle** : division euclidienne directe, $\dfrac{x^2+3}{x-1} = x+1+\dfrac{4}{x-1}$.
4. **Parité express** : x^2, $|x|$, $\cos x$, e^{-x^2} sont paires ; x^3, $\sin x$, $\tan x$, $\frac{1}{x}$ sont impaires ; produit de deux impaires = paire.
5. **Vérifier une dérivée en QCM** : tester en $x = 0$ ou $x = 1$ plutôt que de tout recalculer.

Mini-QCM d'entraînement :

Q1. $f(x) = x - \ln x$ en $+\infty$ admet : (a) une asymptote $y = x$ (b) une branche parabolique de direction $y = x$ (c) une branche parabolique de direction (Oy)

Q2. La courbe de $x \mapsto \sqrt{x}$ en 0 admet : (a) une tangente horizontale (b) une demi-tangente verticale (c) un point anguleux

Q3. Si f'' s'annule en a sans changer de signe : (a) A est un point d'inflexion (b) ce n'est pas un point d'inflexion

Q4. Le centre de symétrie de $\dfrac{3x-1}{x+2}$ est : (a) $(-2\,;3)$ (b) $(2\,;3)$ (c) $(-2\,;-\frac{1}{2})$

Q5. f continue strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$, $f(0) = 5$, $\lim_{+\infty} f = 1$. Alors $f([0\,;+\infty[) =$ (a) $[1\,;5]$ (b) $]1\,;5]$ (c) $[5\,;1[$

Réponses : Q1 (b) : $\frac{f(x)}{x} \to 1$ mais $f(x) - x = -\ln x \to -\infty$; Q2 (b) ; Q3 (b) ; Q4 (a) ; Q5 (b).

16 Bonus niveau supérieur

Bonus niveau supérieur : le théorème des accroissements finis (TAF)

Si f est continue sur $[a\,;b]$ et dérivable sur $]a\,;b[$, il existe $c \in]a\,;b[$ tel que $f(b)-f(a) = f'(c)(b-a)$: il existe une tangente parallèle à la corde. **Inégalité des accroissements finis :** si $|f'| \leq M$ sur I, alors $|f(x) - f(y)| \leq M|x-y|$. C'est l'outil qui permet, en sup, de montrer la convergence de $u_{n+1} = f(u_n)$ *à une vitesse donnée.*

Bonus niveau supérieur : équivalents et développements limités

Au voisinage de 0 : $\sin x \approx x$, $\ln(1+x) \approx x - \frac{x^2}{2}$, $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2}$, $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$. Ces approximations donnent les limites « difficiles » en une ligne, et la **position de la courbe par rapport à sa tangente** : par exemple $e^x - (1+x) \approx \frac{x^2}{2} \geq 0$.

Bonus niveau supérieur : la méthode de Newton

Pour approcher la solution α de $f(x) = 0$, on remplace la courbe par sa tangente : $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$. Pour $x^3 + x - 3 = 0$ et $x_0 = 1$: $x_1 = 1{,}25$, $x_2 \approx 1{,}2143$, $x_3 \approx 1{,}2134$. Le nombre de décimales exactes double à chaque étape : c'est ce qu'utilisent les calculatrices.

Bonus niveau supérieur : asymptote courbe

Une courbe peut s'approcher d'une autre courbe : $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ admet en $\pm\infty$ la parabole $y = x^2$ comme « asymptote », puisque $f(x) - x^2 \to 0$.

17 Culture scientifique

Culture scientifique : de Fermat à Leibniz

Vers 1636, **Fermat** trouve les extremums d'une courbe en cherchant où la tangente est horizontale, une idée de dérivée avant l'heure. **Descartes** invente au même moment la géométrie analytique : une courbe devient une équation. Puis **Newton** et **Leibniz** inventent indépendamment le calcul différentiel (années 1670-1680). La notation $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ est de Leibniz, la notation $f(x)$ d'**Euler** (1734).

Culture scientifique : la rigueur arrive tard

Le théorème des valeurs intermédiaires paraît « évident » sur un dessin, mais sa première démonstration rigoureuse est due à **Bolzano** en 1817. **Cauchy** définit la continuité et la limite au XIXe siècle, et **Weierstrass** choque le monde mathématique en 1872 avec une fonction continue partout et dérivable nulle part : une courbe impossible à dessiner, qui annonce les fractales.

Culture scientifique : la « courbe d'Agnesi »

Maria Gaetana Agnesi publie en 1748 l'un des premiers grands manuels de calcul différentiel et intégral, qui contient l'étude de la courbe $y = \dfrac{a^3}{x^2 + a^2}$, encore appelée aujourd'hui courbe d'Agnesi.

18 Les erreurs classiques (récapitulatif)

1. Oublier une condition dans le domaine (racine au dénominateur, ln d'un quotient).
2. Conclure à la parité sans vérifier que le domaine est symétrique.
3. Écrire $\sqrt{x^2} = x$ en $-\infty$.
4. Calculer $\lim(f(x) - ax)$ sans avoir d'abord calculé $\lim \frac{f(x)}{x} = a$.
5. Confondre « asymptote oblique » et « branche parabolique de direction $y = ax$ ».
6. Utiliser la formule de f' en un point où $\sqrt{u}$ s'annule au lieu du taux de variation.
7. Oublier la double barre dans le tableau de variations, ou y mettre des valeurs approchées.
8. Dire qu'il y a un extremum dès que f' s'annule (il faut un changement de signe).
9. Dire qu'il y a un point d'inflexion dès que f'' s'annule (il faut un changement de signe).
10. Utiliser le TVI sans citer la continuité, ou affirmer l'unicité sans la stricte monotonie.
11. Oublier de justifier la position de la courbe avant de la tracer, ou tracer une courbe qui traverse son asymptote alors que le signe de $f(x) - (ax + b)$ l'interdit.
12. Dans une suite $u_{n+1} = f(u_n)$, écrire $f(\ell) = \ell$ sans avoir prouvé la convergence ni cité la continuité de f.

tahatabane.com

19 Fiche de synthèse

Domaine	dénominateur $\neq 0$; $\sqrt{u}$: $u \geq 0$; $\ln u$: $u > 0$; intersection des conditions
Symétries	paire : $f(-x) = f(x)$; impaire : $f(-x) = -f(x)$; axe $x = a$: $f(2a - x) = f(x)$; centre $\Omega(a; b)$: $f(2a - x) + f(x) = 2b$
Branches infinies	$\lim_a f = \infty$: AV ; $\lim_\infty f = b$: AH ; sinon $\frac{f}{x} \to \infty$: BP (Oy) ; $\to 0$: BP (Ox) ; $\to a$ puis $f - ax \to b$: AO $y = ax + b$; $\to \infty$: BP direction $y = ax$
Position	signe de $f(x) - (ax + b)$
TVI	continue sur $[a; b]$ et $f(a)f(b) < 0$: au moins une solution ; + strictement monotone : unique
Dérivabilité	taux de variation réel : tangente ; deux valeurs : point anguleux ; infini : demi-tangente verticale
Variations	signe de f' ; extremum si f' s'annule **en changeant de signe**
Convexité	$f'' \geq 0$: convexe (au-dessus des tangentes) ; inflexion si f'' s'annule en changeant de signe
Réciproque	continue + strictement monotone sur I ; $J = f(I)$; $(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$; symétrie par rapport à $y = x$
Suite $u_{n+1} = f(u_n)$	intervalle stable + récurrence ; signe de $f(x) - x$; convergence ; $f(\ell) = \ell$

20 Exercices d'entraînement

E1. (Domaines) Déterminer le domaine de : $a(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{x - 3}$; $b(x) = \ln(x^2 - 1)$; $c(x) = \sqrt[3]{4 - x^2}$ (programme marocain).

E2. (Branches) Étudier les branches infinies de $f(x) = x - 1 - \ln x$ en $+\infty$.

E3. (Dérivabilité) Soit $f(x) = x\sqrt{2 - x}$ sur $]-\infty\,; 2]$. Calculer $f'(x)$ sur $]-\infty\,; 2[$, dresser le tableau de variations et montrer que f est concave.

E4. (Symétrie) Montrer que la droite $x = 1$ est un axe de symétrie de la courbe de $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$.

E5. (TVI) Montrer que $x^3 + x - 3 = 0$ admet une unique solution α, puis donner un encadrement de α d'amplitude 5×10^{-2}.

E6. (Étude complète) Faire l'étude complète de $f(x) = x + \dfrac{4}{x + 1}$: domaine, limites, asymptotes et positions, variations, centre de symétrie, convexité, tracé.

E7. (Inégalité) Étudier $g(x) = x - 1 - \ln x$ sur $]0\,; +\infty[$ et en déduire que $\ln x \leq x - 1$ pour tout $x > 0$.

E8. (Exponentielle) Étudier $f(x) = (x - 2)e^x$: limites, branches infinies, variations, convexité et point d'inflexion.

E9. (Discussion) Avec la fonction de l'exercice E6, discuter selon m le nombre de solutions de $f(x) = m$.

tahatabane.com

Résultats :

- E1 : $D_a =]-\infty\,;1] \cup [2\,;3[\cup]3\,;+\infty[$; $D_b =]-\infty\,;-1[\cup]1\,;+\infty[$; $D_c = [-2\,;2]$.
- E2 : $\lim f = +\infty$; $\frac{f(x)}{x} \to 1$; $f(x) - x = -1 - \ln x \to -\infty$: branche parabolique de direction $y = x$.
- E3 : $f'(x) = \dfrac{4-3x}{2\sqrt{2-x}}$; f croissante sur $\left]-\infty\,;\frac{4}{3}\right]$, décroissante sur $\left[\frac{4}{3}\,;2\right]$; maximum $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4\sqrt{6}}{9}$; $\lim_{-\infty} f = -\infty$; $f''(x) = \dfrac{3x-8}{4(2-x)^{3/2}} < 0$.
- E4 : $f(2-x) = \sqrt{x^2-2x+5} = f(x)$, et $D_f = \mathbb{R}$.
- E5 : $h(1{,}2) = -0{,}072$ et $h(1{,}25) \approx 0{,}203$: $1{,}20 < \alpha < 1{,}25$ (en fait $\alpha \approx 1{,}2134$).
- E6 : $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; AV $x = -1$; AO $y = x$ (au-dessus pour $x > -1$) ; $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$; max local $f(-3) = -5$, min local $f(1) = 3$; centre $\Omega(-1\,;-1)$; $f''(x) = \frac{8}{(x+1)^3}$; $f(0) = 4$.
- E7 : $g'(x) = \frac{x-1}{x}$, minimum $g(1) = 0$, donc $g(x) \geq 0$, c'est-à-dire $\ln x \leq x - 1$.
- E8 : $\lim_{-\infty} f = 0$ (AH $y = 0$) ; $\lim_{+\infty} f = +\infty$, $\frac{f}{x} \to +\infty$ (BP (Oy)) ; $f'(x) = (x-1)e^x$, minimum $f(1) = -e$; $f''(x) = xe^x$, inflexion en $(0\,;-2)$.
- E9 : $m < -5$: 2 solutions ; $m = -5$: 1 ; $-5 < m < 3$: aucune ; $m = 3$: 1 ; $m > 3$: 2.

tahatabane.com

Et maintenant, passe à la pratique.

Un cours ne sert à rien si tu ne t'entraînes pas. Sur tahatabane.com, tout est gratuit, sans compte et sans email :

- **L'essentiel de chaque chapitre**
  les formules et les méthodes, sur une page, à imprimer
- **Des questions corrigées**
  la correction et le piège après chaque réponse
- **Tes erreurs reviennent**
  jusqu'à ce que tu les maîtrises, chapitre par chapitre
- **Le bac blanc noté sur 20**
  8 questions de maths, 6 de physique, 4 de chimie, 2 de SVT
- **Chkoun Asra3 ?**
  le quiz du bac en duel, contre les élèves de tout le Maroc
- **La family**
  les lives study with me, le classement et le serveur Discord

tahatabane.com

Scanne, choisis un chapitre, et commence.

Instagram : @tahatabban

Fait à Meknès, pour la family. Bon courage pour le bac.